HÌNH HỌC KHÔNG GIAN SỬ DỤNG CASIO

I. Phương pháp giải toán

Việc BGD ra đề thi trắc nghiệm đối với môn Toán đa phần đối với học sinh là rất mới nhất là tốc độ để giải quyết các bài toán về hình học không gian. Để giúp các em có cách nhanh nhất giải các bài toán trắc nghiệm thầy biên soạn chuyên đề sử dụng casio trong hình học không gian, mặc dù ở phần này casio chỉ hỗ trợ chúng ta một phần rất nhỏ nhưng nó cũng giảm bớt được thời gian chọn đáp án, các em chú ý rằng phương pháp này không phải là toàn năng và nhanh nhất để giải toán, có những bài sử dụng phương pháp truyền thống giải nhanh hơn rất nhiều. Vì thế các em coi phương pháp này là để tham khảo và học hỏi thêm.

Phương pháp tọa độ hóa trong không gian ta cần phải thực hiện được các yêu cầu sau

Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ Oxyz thích hợp (chú ý đến vị trí của gốc O), chọn hệ trục sao cho có 3 đường thẳng đôi một vuông góc với nhau

Bước 2. Xác định tọa độ các điểm có liên quan ví dụ đề bài yêu cầu tính thể tích của khối chop SABC thì chúng ta chỉ cần tìm tọa độ các điểm S;A;B;C và khi xác định tọa độ các điểm ta có thể dựa vào những yếu tố sau:

- Ý nghĩa hình học của tọa độ điểm khi các điẻm nằm trên cá trục tọa độ, mặt phẳng tọa độ ví dụ điểm A nằm trên truc Ox khi đó A(a;0;0) hay điểm A nằm trên mặt phẳng oxy khi đó A(a;b;0) , chú ý việc xác định tọa độ điểm là quan trọng nhất nên rất cẩn trọng, và việc xác định tọa độ điểm để tìm ra A(x;y;z) thì từ điểm đó ta phải kẻ vuông góc vào các hệ trục tọa độ đã chọn.
- Dựa vào các quan hệ hình học bằng nhau, vuông góc, song song, cùng phương, thẳng hàng, điểm chia đoạn thẳng để tìm tọa độ.
- Xem điểm cần tìm là giao điểm của đường thẳng, mặt phẳng.
- Dựa vào các quan hệ về góc của đường thẳng, mặt phẳng.
- Bước 3. Sử dụng kiến thức về tọa độ để giải quyết bài toán (các em có thể xem trong tài liệu tuyển tập casio của thầy em nào đăng kí mua thì đăng kí

tại đây

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfnskdQNwwY8knBCp0Lg70OxFV3z0S7qgsdCWKcQgAmL64afQ/viewform

hoặc tham gia group Thủ thuật caiso khối A tại đây

https://www.facebook.com/groups/1613922545604453/ để tìm hiểu thêm

- Độ dài đoạn thẳng
- Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, đường thẳng
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng
- Góc giữa hai đường thẳng, hai mặt phẳng, đường thẳng và mặt phẳng
- Thể tích khối đa diện
- Diện tích các hình
- Quan hệ song song, vuông gióc

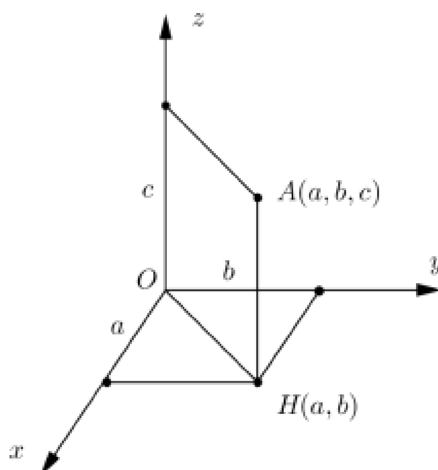
II. Bổ sung kiến thức :

1. Cho khối chóp S.ABC. Trên ba đường thẳng SA, SB, SC lấy ba điểm A', B', C' khác với S. Ta luôn có:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

2. Xác định tọa độ một điểm trong không gian

Tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oxy và H(a;b) ta tính được AH=c, thì kho đó A có tọa độ A(a;b;c) với giả sử rằng các thành phần tọa độ A đều nằm trong phần dương



3. Phương trình tổng quát của mp (α) có dạng: Ax + By + Cz + D = 0

Với $A^2+B^2+C^2\neq 0$; trong đó $\vec{n}=(A;B;C)$ là VTPT của mp (α)

Chú ý

Giả sử mp (α) có cặp VTCP là $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ Nên có VTPT là:

$$\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}a_2 a_3\\ b_2 b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 a_1\\ b_3 b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 a_2\\ b_1 b_2\end{vmatrix}\right)$$

Phương trình các mặt phẳng toạ độ:

(Oxy) : z = 0 ; (Ozy) : x = 0 (Oxz) : y = 0

Phương trình mặt phẳng có VTPT $\vec{n}=(A;B;C)$ và điểm đi qua $M_0(x_0;y_0;z_0)$

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Để viết phương trình mặt phẳng ta cần tìm 1 VTPT hoặc 2 VTCP và đi qua một điểm

5. Khoảng cách

a. Khoảng cách giữa hai điểm AB.

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$$

b. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0 ; y_0 ; z_0)$ đến mp (α): Ax + By + Cz + D = 0

$$d(M_0,(\alpha))=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

c. Khoảng cách từ điểm M_1 đến đường thẳng d

Lấy $M_0 \in d$

Tìm VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}$

$$d(M_1,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M_1},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$$

d. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ'

Gọi $\vec{u}$ và $\overrightarrow{u'}$ lần lượt là VTCP của Δ và Δ'

Δ đi qua điểm M_0 , $M_0' \in \Delta'$

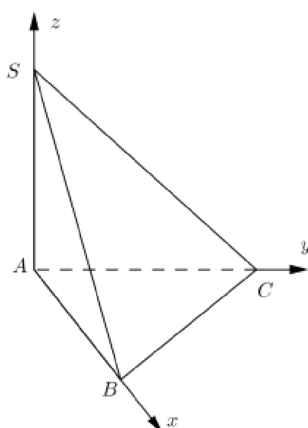
$$d\left(\Delta,\Delta'\right)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'}\right|}{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\right|}$$

4. Chọn hệ trục tọa độ

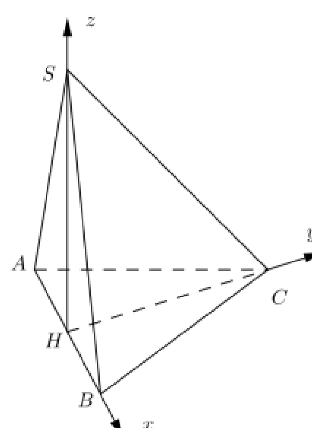
Phần quan trọng của phương pháp này là cách chọn hệ trục tọa độ, không có phương pháp tổng quát để lựa chọn hệ trục chúng ta chỉ cần tìm 3 cạnh đôi một vuông góc với nhau, có những bài toán có thể lựa chọn được nhiều hệ trục tọa độ thì chúng ta chọn hệ trục tọa độ sao cho việc tìm tọa độ các điểm là dễ dàng nhất và nhiều số 0 là tốt nhất, có những bài toán việc tạo được hệ trục tọa độ phức tạp hơn dẫn đến việc đi tính tọa độ của chúng gặp khó khăn chúng ta phải đi theo hướng giải quyết theo phương pháp truyền thống. Tóm lại chúng ta cần chú ý

- Hệ trục tọa độ nằm trên 3 đường thẳng đôi một vuông góc.
- Gốc tọa độ thường là chân đường cao của hình chóp, lăng trụ có đáy là hình vuông, hình chữ nhật, tam giác vuông hoặc có thể là trung điểm của cạch nào đó, hoặc theo giả thiết của bài toán…
- Một số cách chọn hệ trục tọa độ

Tứ diện

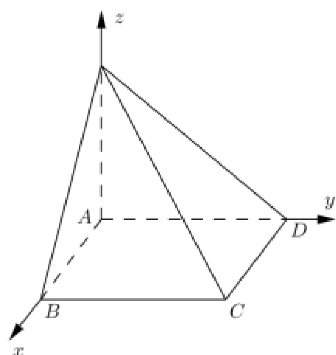


$\triangle ABC$ vuông tại A

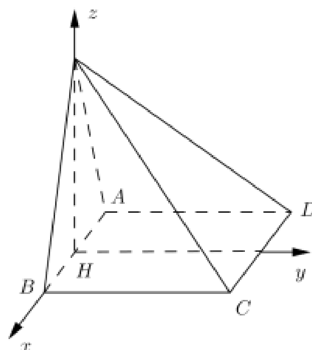


$\triangle ABC$ vuông tại A (hoặc tam giác ABC đều), H là trung điểm AB.

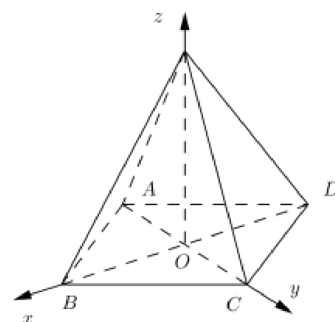
Hình chóp đáy là tứ giác lồi



•$ABCD$ là hình vuông (hình chữ nhật)

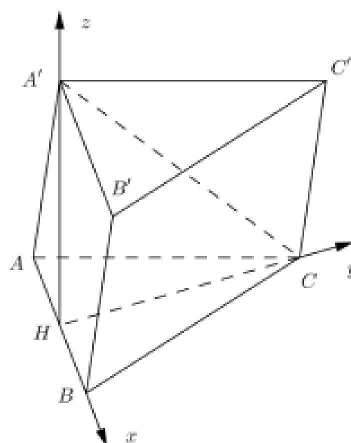


•$ABCD$ là hình vuông (hình chữ nhật)
SH ⊥ (ABCD)



•$ABCD$ là hình vuông (hình thoi)
SO ⊥ (ABCD)

Hình lăng trụ xiên, lăng trụ đứng tương tự như hình chóp, riêng hình hộp thì có nhiều cách lựa chọn hệ trục tọa độ



Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều $A'H \perp (ABC)$

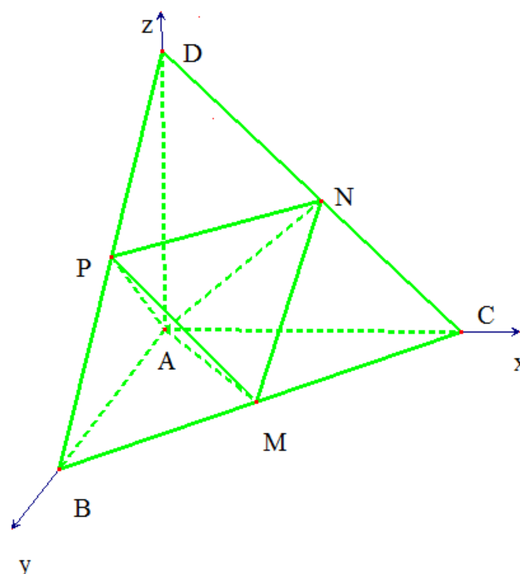
II. Bài tập minh họa

Các bài tập được qui ước với a=1 nếu không nói gì thêm

Câu 1. Đề minh họa BGD 2017

Cho tứ diện ABCD có các cạnh AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau AB=6a, AC=7a, AD=4a. Gọi M,N,P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của tứ diện AMNP là

A. $\frac{7}{2}a^3$ B. $14a^3$ C. $\frac{28}{3}a^3$ D. $7a^3$



Do AB;AC; AD đôi một vuông góc với nhau chọn hệ trục tọa độ Oxyz theo hình vẽ khi đó ta cần tính thể tích tứ diện AMNP ta cần tìm tọa độ A;M;N;P, do M; N;P là trung điểm lần lượt của BC; CD; BD ta có tọa độ các đỉnh như sau A(0;0;0); $M(\frac{7}{2};3;0);N(\frac{7}{2};0;2);\text{P}(0;3;2)$

Sử dụng công thức tính thể tích chóp tam giác $V=\frac{1}{6}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix}$ hoặc $V=\frac{1}{6}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$ với $(x_i;y_i;z_i),i=1,2,3$ là tọa độ của $\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN};\overrightarrow{AP}$ nhưng ta sẽ không phải tính trực tiếp mà nhập ngay vào máy tính ví dụ tính $\overrightarrow{AM}$ khi đó nhập lần lượt là $\frac{7}{2}-0;3-0;0-0$ ở ví dụ này các điểm là tương đối dễ tính nhẩm có thể các em tính nhẩm ngay, nhưng đối với các ví dụ khác để tránh nhầm lần thì ta nên nhập như vậy.

Trước tiên ta vào chế độ matrận MODE 6

```
Matrix?
1:MatA   2:MatB
3:MatC
```

```
MatA(mxn)  mxn?
1:3x3    2:3x2
3:3x1    4:2x3
5:2x2    6:2x1
```

```
M          MAT
A
[0   0   0]
[0   0   0]
[0   0   0]
          0
```

Chọn 1;2;3 vì chế độ lưu được 3 ma trận, có các ma trận mxn tức là m dòng, n cột ở đây ta quan tâm đến 3 dòng, 3 cột tức là chọn 1 là 3x3 như ở hình trên, ở mỗi ô ta nhập phép thực hiện " ngọn- gốc" của vectơ , có thể theo

hàng ngang và hàng dọc đều được, sau đó thoát ra khỏi màn hình bằng lệnh AC

Tiếp đó ta nhập lệnh SHIFT 4 7

1:Dim 2:Data
3:MatA 4:MatB
5:MatC 6:MatAns
7:det 8:Trn

det(

0

Tiếp tục nhập lệnh SHIFT 4 3 (vì ta đã nhớ vào ma trận A, có thể là 4,5 nếu chúng ta nhớ vào ma trận B, C như ở bước ban đầu) lệnh = được kết quả (lấy giá trị dương) là

det(MatA)

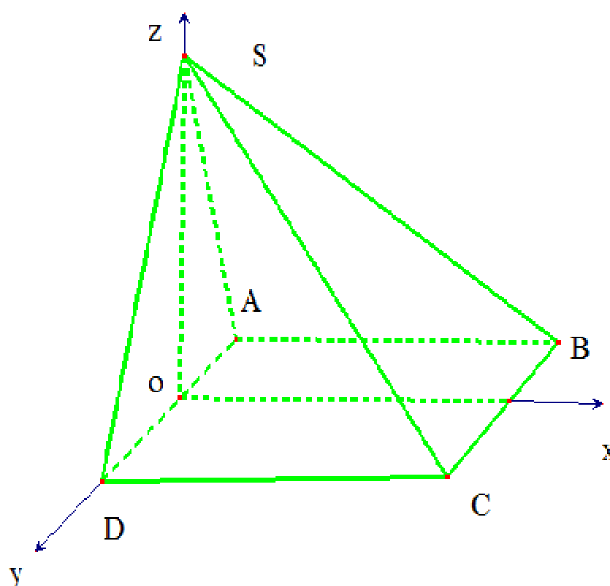
-42

Vậy thể tích là $\frac{42}{6}=7$ đáp án D.

Câu 2. Đề minh họa BGD 2017

Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp S.ABCD bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $\frac{2}{3}a$ B. $\frac{4}{3}a$ C. $\frac{8}{3}a$ D. $\frac{3}{4}a$



Do (SAD) vuông góc với đáy, tam giác SAD cân tại S nên gọi O là trung điểm của AD, SO vuông góc với đáy khi đó chọn hệ trục tọa độ oxyz như hình vẽ khi đó ta có $V=\frac{4}{3}=\frac{1}{3}SO.2\Rightarrow SO=2$,yêu cầu tính khoảng cách từ B đến (SCD) ta có tạo độ các đỉnh như sau

O(0;0;0); S(0;0;2); $C(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}};0);D(0;\frac{1}{\sqrt{2}};0);B(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}};0)$

Ta viết phương trình mặt phẳng (SCD) qua 3 điểm S;C;D có dạng ax+by+cz+d=0

Trong đó $(a;b;c)=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]$ là hai vtcp của mặt phẳng ta sử dụng lệnh MODE 8

```
Vector?              VctA(m)  m?          M            VCT A
1:VctA   2:VctB      1:3      2:2         A  [      0      0]
3:VctC
                                                            0
```

Chọn vec tơ A hoặc B,C tùy ý ở đây chọn A và trong không gian 3 chiều chọn 1

Ta nhập vec tơ chỉ phương của mặt phẳng vào ở đây ta lấy $\overrightarrow{SC};\overrightarrow{SD}$ khi đó ta nhập " ngọn- gốc" của vecto ta được

```
M           VCT A
A  [1.4142  0.7071  -2]

                    -2
```

Tương tự như vậy ta nhập vào vectơ B bằng lệnh SHIFT 5 1 2 1

1:Dim 2:Data
3:VctA 4:VctB
5:VctC 6:VctAns
7:Dot

Vector?
1:VctA 2:VctB
3:VctC

M VCT
B [redacted] 0 0]
0

Ta được

M VCT
B [0 0.7071 [redacted]]
-2

Tiếp theo ta đi tính tích có hướng của hai vectơ A và B bằng lệnh SHIFT 5

M VCT
VctA×VctB
0

M VCT
Ans [redacted] 2.8284 1]
0

Vậy mp có dạng 2,83y+z+d=0 -> d=2,83y-z nhập màn hình rồi sử dụng lệnh CALC cho đi qua 1 điểm, ở đây cho qua điểm S(0;0;2) khi đó y=0, z=2 ta được d=-2

M Math ▲
2.83X-Y
-2

Khi đó phương trình mặt phẳng (SCD) là 2,83y+z-2=0

Ta tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) từ công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.

M Math ▲

$$\frac{2.83\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-2}{\sqrt{2.83^2+1}}$$

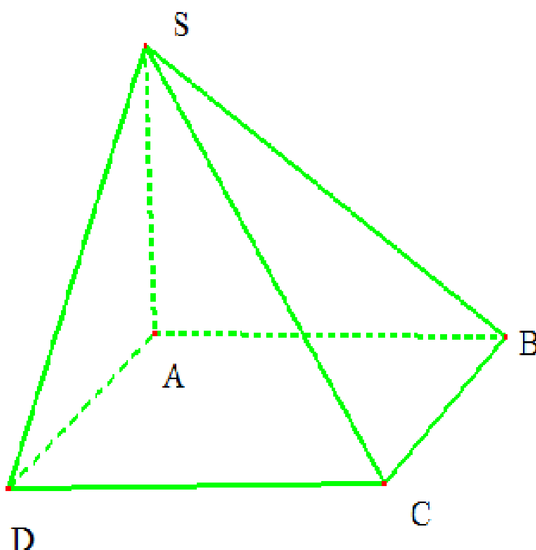
-1.33304511

Đáp án B

Câu 3. Đề minh họa BGD 2017

Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính thể tích của khối chóp S.ABCD

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ C. $\sqrt{2}a^3$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$



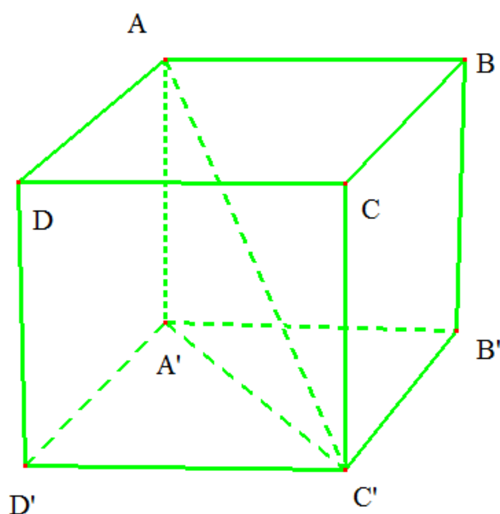
Ở bài này các em để ý rằng nếu sử dụng phương pháp tọa độ hóa là sai lầm vì nó còn lâu hơn việc sử dụng phương pháp truyền thống sở dĩ thầy đưa ra để cho các em thấy được rằng đừng có thần thánh một phương pháp nào hết phải kết hợp nhuần nhuyễn và sử dụng linh hoạt các phương pháp sao cho phù hợp

Ta có S=1 nên $V=\frac{1}{3}\sqrt{2}$ đáp án D.

Câu 4. Đề minh họa BGD 2017

Tính thể tích V của khối lập phương ABCDA'B'C'D' biết $AC'=a\sqrt{3}$

A. $V=a^3$ B. $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $V=3\sqrt{3}a^3$ D. $V=\frac{1}{3}a^3$



Tương tự câu 3, câu này cũng vậy ta gọi hình vuông cạnh là x khi đó ta có

$A'C = x\sqrt{2}$

$\Rightarrow AC'^2 = AA'^2 + A'C'^2$

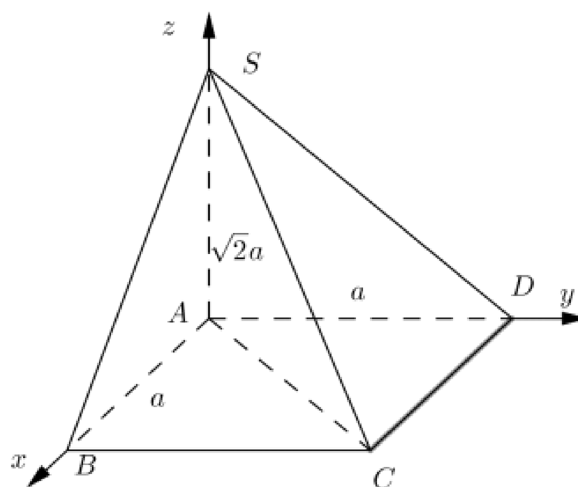
$\Rightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2$ Đáp án A

$\Rightarrow x = 1$

$\Rightarrow V = 1$

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc 45^0. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD)

A. $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$



Do SA vuông góc đáy , SC tạo đáy 1 góc 45^0 nên góc SCA =60^0, do

$AC = \sqrt{2} \Rightarrow SA = AC\tan 45^0 = AC = \sqrt{2}$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, yêu cầu tính khoảng cách từ B đến (SCD) ta chỉ cần tọa độ của các đỉnh S,B,C,D ta có

A(0;0;0), B(1;0;0), C(1;1;0), D(0;1;0), $S(0;0;\sqrt{2})$

Sử dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng (SCD),

Mặt phẳng (SCD) có hai vtcp là $\overrightarrow{SC};\overrightarrow{SD}$, đi qua điểm S khi đó ta nhớ chúng vào các vectơ A,B,C với véc tơ C là tọa độ điểm S

M VCT A [1 1] -1.414213562

M VCT B [0 1] -1.414213562

M VCT C [0 0] 1.414213562

VctA×VctB

0

Ans [redacted] 1.4142 1]

0

Hệ số -d trong phương trình mặt phẳng (SCD) là –d=ax+by+cz

1:Dim 2:Data
3:VctA 4:VctB
5:VctC 6:VctAns
7:Dot

VctC·VctAns

0

VctC·VctAns

1.414213562

Chú ý dấu . trong phép tính tích vô hướng là từ lệnh SHIFT 5 7

Khi đó ta có phương trình mặt phẳng (đã làm tròn số) là

1,41y+z-1,41=0 khi đó khoảng cách từ B(1;0;0) đến (SCD) là

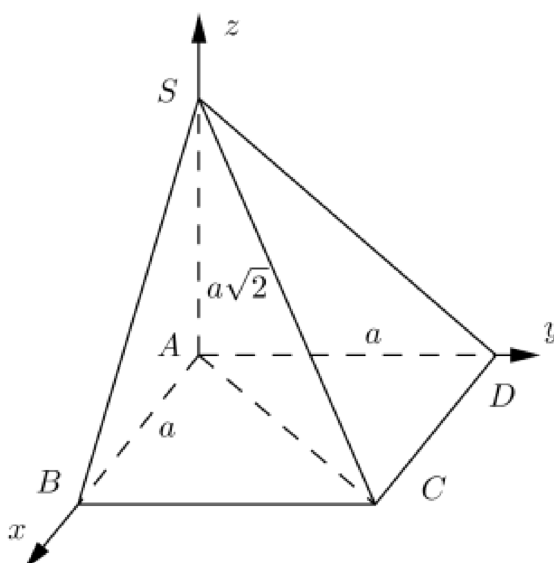
$$\frac{1.41}{\sqrt{1.41^2+1}}$$

0.8156832588

So sánh với đáp án của bài toán ta được đáp án A.

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) là 45^0.Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{5}{\sqrt{10}}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$



Tương tự do SA vuông góc với đáy nên góc giữa SC và mặt phẳng đáy là góc SAC =45^0 nên $SA=\sqrt{2}$. Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, yêu cầu tính khoảng các giữa SB và AC ta có tọa độ các điểm như sau

A(0;0;0), B(1;0;0), C(1;1;0), D(0;1;0), $S(0;0;\sqrt{2})$

Sử dụng công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng

$$d=\frac{|[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}].\overrightarrow{M_1M_2}|}{|[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]|}$$

với $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}$ là vtcp của hai đường thẳng

$M_1;M_2$ là hai điểm đi qua hai đường thẳng

Hay ta sẽ sử dụng công thức

$$d=\frac{\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix}}{|[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]|}$$

Trước tiên tính $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix}$ như trên hướng dẫn với các vec tơ $\overrightarrow{SB};\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}$ (vtcp và véc tơ đi qua hai điểm A và B của mỗi đường thẳng) và nhớ vào phím A

det(MatA)
1.414213562

Ans→A
1.414213562

Tương tự tính $|[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{AC}]|$

Abs(VctA×VctB)
2.236067977

Ans→B
2.236067977

$\frac{A}{B}$
0.632455532

So sánh với đáp án của bài toán đáp án D.

Câu 7.

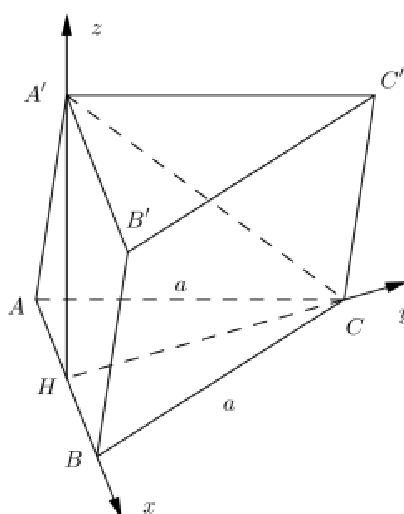
Cho hình lăng trụ ABCA’B’C’ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A’ trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh AB, góc giữa

đường thẳng A’C và mặt phẳng đáy là 60^0. Tính theo a khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACC’A’).

A. $\frac{a}{\sqrt{13}}$ B. $\frac{13a}{\sqrt{13}}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{13}}$ D. $\frac{a}{3\sqrt{13}}$

Ta có A’H vuông góc với đáy nên góc giữa đường thẳng A’C và mặt phẳng đáy là góc A’CH=60^0

Ta có $CH = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = \frac{3}{2}$ Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Khi đó tọa độ các đỉnh là H(0;0;0) , $B(\frac{1}{2};0;0); C(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0). A'(0;0;\frac{3}{2}); A(-\frac{1}{2};0;0)$

Có vtcp của (ACC’A’) là $\overrightarrow{AA'};\overrightarrow{AC} \Rightarrow vtpt\ [\overrightarrow{AA'},\overrightarrow{AC}]$

M VCT A [0.5 0] 3⌟2   M VCT B [0.5 0.866] 0   M VCT VctA×VctB 0

M VCT Ans 0.75 0.433]

-1.299038106

Ta d trong phương trình mặt phẳng ax+by+cz=-d cho mặt phẳng qua điểm A’ khi đó ta nhập điểm A’ như vec tơ C và tích vô hướng với véc tơ vừa tính ra được –d

VctAns·VctD 0

VctAns·VctC 0.6495190528

Vậy phương trình mặt phẳng kết quả được làm tròn là

-1,3x+0,75y+0,43z-0,65=0

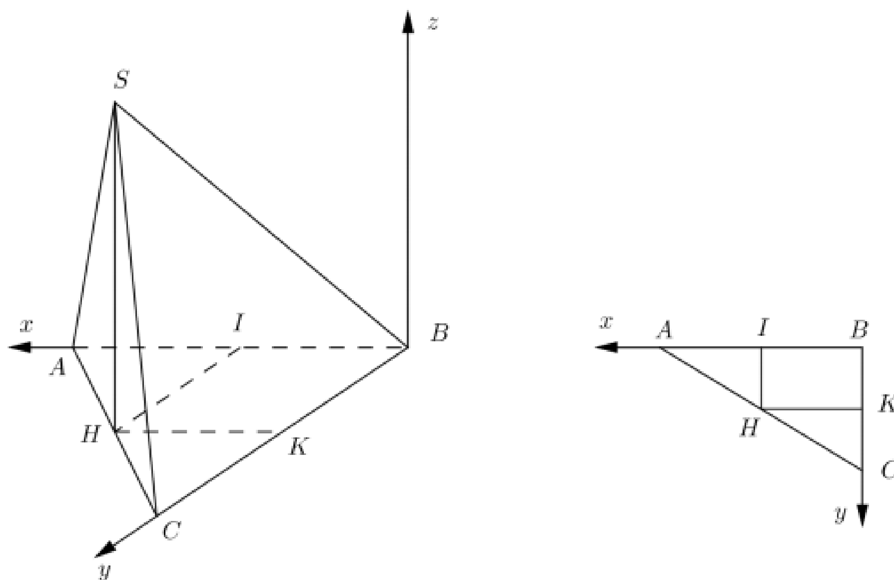
Ta tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng này

$$\frac{-1.3\times\frac{1}{2}-0.65}{\sqrt{1.3^2+0.75^2+0.4}} \qquad -0.8326834806$$

So sánh với đáp án được đáp án C.

Câu 8. Cho hình chóp S.ABCD cáo đáy ABCD là tam giác vuông tại B, AC=2a, $\widehat{ACB}=30^0$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm cạnh AC và $SH=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là

A. $\frac{\sqrt{66}a}{11}$ B. $\frac{2\sqrt{66}a}{11}$ C. $\frac{3\sqrt{66}a}{11}$ D. $\frac{4\sqrt{66}a}{11}$



Trong tam giác vuông ABC ta có AC=2a,

$\widehat{ACB}=30^0$ $AB=AC\sin\widehat{ACB}=2.\sin 30^0=1, BC=\cos 30^0.AC=\sqrt{3}$

Do $SH\perp(ABCD)$ và tam giác ABC vuông tại B nên từ B ta kẻ song song với SH và chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, yêu cầu tính khoảng cách từ điểm C đến (SAB) khi đó ta có tọa độ các điểm là

B(0;0;0), A(1;0;0), $C(0;\sqrt{3};0);S(1;\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{2})$

Viết phương trình mặt phẳng (SAB) tương tự các câu trước ta được véc tơ pháp tuyến và hệ số -d của mặt phẳng là

M VCT
Ans [redacted] -1.414 0.866]
0

M VCT
VctAns·VctC
0

Khi đó phương trình mặt phẳng (SAB) là -1,414y+0,866z=0 và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là

M Math ▲
$\frac{-1.414\times\sqrt{3}}{\sqrt{1.414^2+0.866^2}}$
-1.477048867

Đối chiếu với đáp án ta được đáp án B

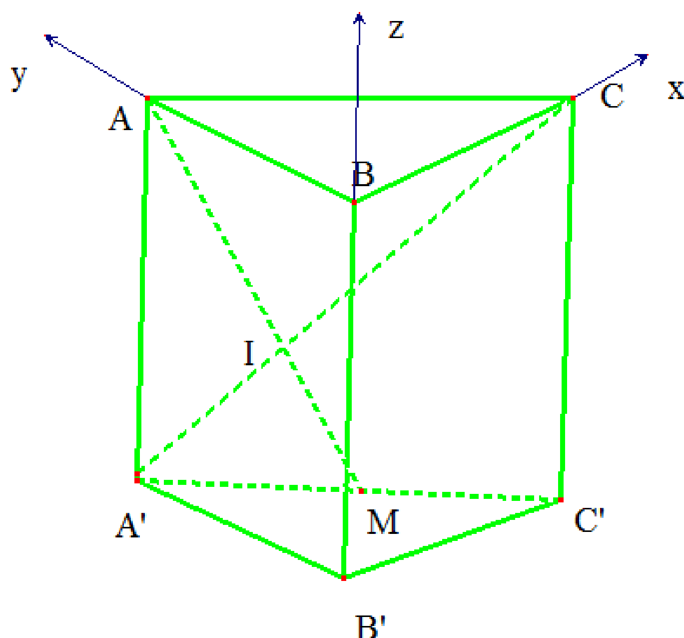
Sử dụng đề bài chung cho cả hai câu

Cho lăng trụ đứng ABCA'B'C' có đáy ABC vuông tại B, AB=a, AA'=2a, A'C=3a. Gọi M là trung điểm của A'C', I là giao điểm của AM và A'C

Câu 9. Thể tích khối tứ diện IABC là

A. $\frac{4a^3}{9}$ B. $\frac{4a^3}{3}$ C. $\frac{a^3}{9}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Do hình lăng trụ đứng và tam giác ABC vuông tại B nên ta chọn hệ trục tọa độ nhưng hình vẽ, sở dĩ không để hệ trục tọa độ ở đáy là vì ta cần tính thể tích của hình chóp IABC nên việc ta chọn hệ trục sao cho việc tìm các tọa độ dễ dàng và được nhiều tọa độ 0 nhất.



$AB = 1, AA' = 2, A'C = 3$

$\Rightarrow AC^2 = A'C^2\text{-}AA'^2 = 5 \Rightarrow AC = \sqrt{5}$

$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2$

Khi đó ta có tọa độ các điểm B(0;0;0); C(2;0;0), A(0;1;0), A'(0; 1;-2)

Tìm tọa độ điểm I, ở đây thay vì tìm trực tiếp ta dễ thấy I là trọng tâm của tam giác AA'C' vì thế ta có $\overrightarrow{A'I} = \frac{2}{3}\frac{\overrightarrow{A'C}}{2} = \frac{1}{3}\overrightarrow{A'C}$ ta có $\overrightarrow{A'C}(2;-1;2)$

Khi đó $\begin{cases} x_I = 0 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \\ y_I = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ z_I = -2 + \frac{2}{3} = \frac{-4}{3} \end{cases}$ tức là $I(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{-4}{3})$

Tính thể tích theo công thức ở trên, trước tiên tính ma trận cấp 3x3 của 3 véc tơ $\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BI};\overrightarrow{BA}$ sở dĩ chọn điểm B làm gốc vì điểm B(0;0;0) khi đó tọa độ của véc tơ trùng với tọa độ điểm, sử dụng công thức tính thể tích ở trên ta tính được thể tích của IABC là

```
M          MAT  D      M          MAT  D      M          MAT  D
A                      det(MatA)              Ans÷6
[0.6666 0.6666 -1.333]
      0       1      0
      2       0  ■■■■■
                     0              8⌟3                   4⌟9
```

So với đáp án là đáp án A.

Câu 10. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (IBC) là

A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{a}{2\sqrt{5}}$

Ta sẽ viết phương trình mặt phẳng (IBC) trước hết tính vec tơ phát tuyến của mặt phẳng có hai vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{BI};\overrightarrow{BC}$ qua điểm B(0;0;0) nên hệ số d=0

M VCT
A [0.6666 0.6666 -1.333]
2⌟3

M VCT
B [2 0 [redacted]]
0

M VCT
VctA×VctB
0

M VCT
Ans [[redacted] -2.666 -1.333]
0

Phương trình mặt phẳng (IBC) là 2,66 y+1,33z=0 khi đó khoảng cách từ điểm A đến (IBC) là

M Math ▲
$\frac{2.66}{\sqrt{2.66^2+1.33^2}}$
0.894427191

So sánh với đáp án được đáp án đúng là B.

Giải bằng phương pháp tọa độ việc khó khăn nhất là tính được tọa độ những điểm liên hệ đối với yêu cầu bài toán. Đôi khi việc kết hợp sự trợ giúp của hình học cổ đỉnh ta sẽ dẫn đến được kết quả nhanh hơn và đỡ phức tạp hơn. Một khi tọa độ tính được thì việc còn lại chỉ là sử dụng công thức là không cần kĩ năng suy nghĩa khéo léo và chọn lọc như khi giải hình không gian. Tuy nhiên cái gì cũng có nhược điểm của nó thầy nhắc lại nó không phải là toàn năng nên đừng quá coi trọng phương pháp này mà bỏ rơi phương pháp kia, qua các câu hỏi thầy cũng đã nhấn mạnh ưu điểm và nhược điểm của nó.Thầy hi vọng với chuyên đề này các em sẽ có cái nhìn bao quát hơn thêm vốn hiểu biết của mình về hình học không gian, do thời gian có hạn nên việc tính toán, hay trình bày còn nhiều thiếu sót mong được sự góp ý của các em và thầy cô. Chúc các em học tập tốt đạt kết quả cao trong kì thi sắp tới

Hà Nam 08/12/2017

Th.s Hà Ngọc Toàn